<<分次模态语言的模型论>>

图书基本信息

书名：<<分次模态语言的模型论>>

13位ISBN编号：9787030343925

10位ISBN编号：7030343921

出版时间：2012-7

出版时间：科学出版社

作者：马明辉

页数：195

字数：312750

内容概要

分次模态逻辑是有限基数的模态逻辑。

分次模态语言的模型论给出了分次模态逻辑的余代数语义，研究余代数结构类在分次模态语言中的可定义性问题；证明了几条可定义性定理，使用余代数典范模型证明正规分次模态逻辑模态逻辑的完全性；探讨了余代数语义下分次模态逻辑与弱二阶逻辑的对应理论，以及分次模态公式的分类和几个扩张表达力的语言。
此外，在关系语义学下，分次模态语言的模型论还给出了结构类的可定义性定理。

分次模态语言的模型论适合现代逻辑专业、数学专业以及计算机领域的研究人员和高校师生参考阅读。

书籍目录

总序前言导论第1章 计数模态语言1.1 模态逻辑的语义视角1.2 计数模态语言1.3 构造模型和框架的基本方法1.4 分次模态逻辑第2章 分次模态语言的关系语义学2.1 模型和框架构造2.2 分次超滤扩张与饱和2.3 模型和框架可定义性2.4 范本特姆-罗森刻画定理2.5 GML和FOL(C)之间的框架对应第3章 分次模态余代数3.1 分次模态语言的余代数语义3.2 分次模态代数3.3 分次模态代数与余代数之间的对偶3.4 有限余代数和余代数模型的可定义性3.5 GML的泛余代数第4章 公理系统和完全性4.1 分次正规模态逻辑4.2 典范余代数模型4.3 一些完全的逻辑4.4 代数完全性与典范性4.5 GML的嵌入定理第5章 余代数对应理论5.1 弱二阶逻辑与翻译5.2 无变元公式与统一公式5.3 分次萨奎斯特对应定理5.4 非分次萨奎斯特公式5.5 萨奎斯特完全性定理第6章 有限模型性质6.1 过滤模型6.2 NExt(Kg42)中子余代数逻辑6.3 Kg43的典范公式6.4 正规分次模态格NExt(KgAltn)第7章 公式的分类7.1 Ω模拟与正存在公式7.2 点Ω子模型保持7.3 GML的Chang-Los-Suszko定理7.4 保序与正公式7.5 子框架保持第8章 分次模态逻辑的扩张8.1 分次全通模态词8.2 分次异点算子8.3 无限基数的模态逻辑8.4 GML的Lindstr?m定理参考文献附录A 模型论与泛代数附录B 基本模态逻辑附录C 余代数理论后记

<<分次模态语言的模型论>>

章节摘录

第1章 计数模态语言本章是计数模态语言的简要引论。
1.1 节首先讨论研究动机。
然后在1.2 节正式引入计数模态语言及其关系语义学。
1.3 节引入一些基本模型构造方法并证明相应的保持结果，第2 章会使用这些结果。
1.4 节集中考虑一种特殊的计数模态语言，即分次模态语言，主要目的是对目前已有的模型论方面的结果进行概述。
1.1 模态逻辑的语义视角自20 世纪60 年代以来，逻辑学家们认识到，在关系语义学中解释的模态算子，只不过是没有明确约束个体变元的“ 局部 ”量词。
“ 局部 ”这个词的意思是，作为量词的模态词算子仅以所有可及状态为量化域。
因此，从语义角度看，基本模态逻辑与一阶逻辑(FOL) 并非如此不同，因为两者都能用来谈论关系结构的性质。
另一方面，一阶逻辑与模态逻辑也存在重要差异，就表达力而言，前者要远远强于后者。
在模型层次上，模态逻辑是FO2 的一个片段，这里FO2 是一阶逻辑带两变元的片段。
更确切地说，根据范本特姆(J. van Benthem)刻画定理，模态逻辑是一阶逻辑(或FO2，因为模态逻辑可以嵌入FO2)的互模拟不变片段。
然而，模态逻辑有一些非常好的逻辑性质和计算性质，比如可判定性和低程度的计算复杂性，而一阶逻辑不具有这些性质。
因此，如果我们想获得表达力更强的模态语言，但是又保持基本模态逻辑的优良性质，一种方法就是通过增加新模态词对基本模态逻辑进行扩张，这些新模态词在基本模态逻辑中是不能定义的。
逻辑学家们一直在探索这个研究方向。
本书采取的研究思路如下：从与语义视角相反的角度看，任给量词Q，都可以抽象出一元模态词.Q，它是关系结构上的一个局部量词。
这条从量词到模态词的道路也可以在斐尼的论文(Fine, 1972a)中找到，该文引入了数字量词的模态对应算子。
一个带数字量词的一阶公式的形式是.nx α (x)，它在一个一阶模型中是真的当且仅当至少存在n 个个体满足 α (x)(Tarski, 1941)。
显然这些量词在带等词的一阶逻辑中是可定义的，但是在不带等词的纯一阶逻辑中是不可定义的。
一阶公式.nx α (x)的模态对应公式可以写作.n α，它在一个关系模型中状态w 上是真的当且仅当w 至少有n 个可及状态满足 α 。
更一般地，由于有限多个(无限多个)和可数多个(不可数多个)这样的概念常常在数学中使用，它们在一阶逻辑中是不可定义的，因此可以引入新的量词来丰富一阶逻辑，从而使这些概念得以表达。
莫斯托夫斯基(Mostowski, 1957)提出的广义量词理论，开启了通向一阶逻辑扩张的模型论之门。
任给无限基数 κ ，新语言FOL(Q κ)从FOL 增加新量词Q κ 得到。
如下解释形如Q κ x α (x)的新公式：M Q κ x α (x)当且仅当存在 κ 个元素b 属于M 使得M α (x)[b]。
令 α (x1, ..., xn)M = {(a1, ..., an) : M α (x1, ..., xn)[a1, ..., an]}。
那么M Q κ x α (x) 当且仅当| α (x1, ..., xn)M | ≥ κ 。
例如，在语言FOL(Q0)中，可以表达“ 存在可数多个 ”这个概念。
在这些基数逻辑中，一个重要结果是“ 存在不可数多个 ”这个量词的逻辑可以使用一束相当简单的公式来公理化，这些公理是凯斯勒(Keisler, 1970)给出的。
对这些基数量词来说，通过推广斐尼(Fine, 1972a)的方法，也可以抽象出对应的基数模态词。
现在正式引入基数模态词。
令M = (W, R, V)是关系模型，w ∈W 并且w ↑ = {v ∈W : Rwv}。
对任何公式 φ，令 φ M 是 φ 在M 中的真集。
对每个自然数n > 0，定义模态词.n 如下：M, w .n φ 当且仅当| w ↑ ∩ φ M | ≥ n。
公式.n φ 的意义是至少存在n 个后继状态使 φ 真。

同样，可以把数字模态词推广到任意基数模态词。
对每个基数κ，定义模态词.κ如下：M, w . κ φ当且仅当| w ↑ ∩ φM | ≥ κ。
考虑在基本模态逻辑基础上增加基数模态词的扩张。
在有限基数的情况下，增加所有.n(n > 0) 而获得的扩张仍然是带等词一阶逻辑的片段。
然而，在无限基数的情况下，所获得的模态语言比一阶逻辑的表达能力更强。
本书所要研究的主要内容就是有限基数的模态逻辑。
在1.4 节，笔者将概述目前文献中所得到的关于分次模态逻辑的模型论结果。
下面首先以形式的方式定义计数模态语言、关系语义以及相关的句法和语义概念。
1.2 计数模态语言基数可用于计算一阶结构中具有特定性质的个体的数目，在关系结构中，它们也可以用来计算具有特定性质的可及状态的数目。
本节以形式的方式定义计数模态语言及其关系语义学，还包括一些有用的基本概念。

编辑推荐

《分次模态语言的模型论》由科学出版社出版。

版权说明